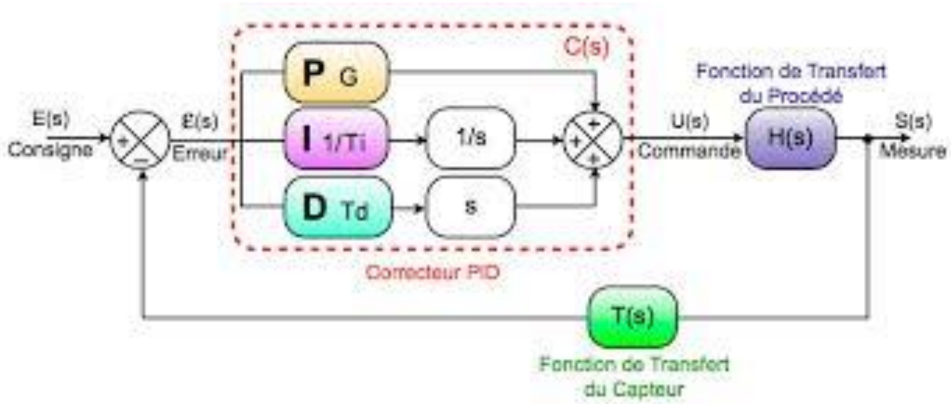
Université des Frères Mentouri - Constantine 1
Faculté de Science de la Technologie
Département Génie des Transports
3ième Année Licence Traction Electrique

Module : Commande et Régulation

Chapitre 2



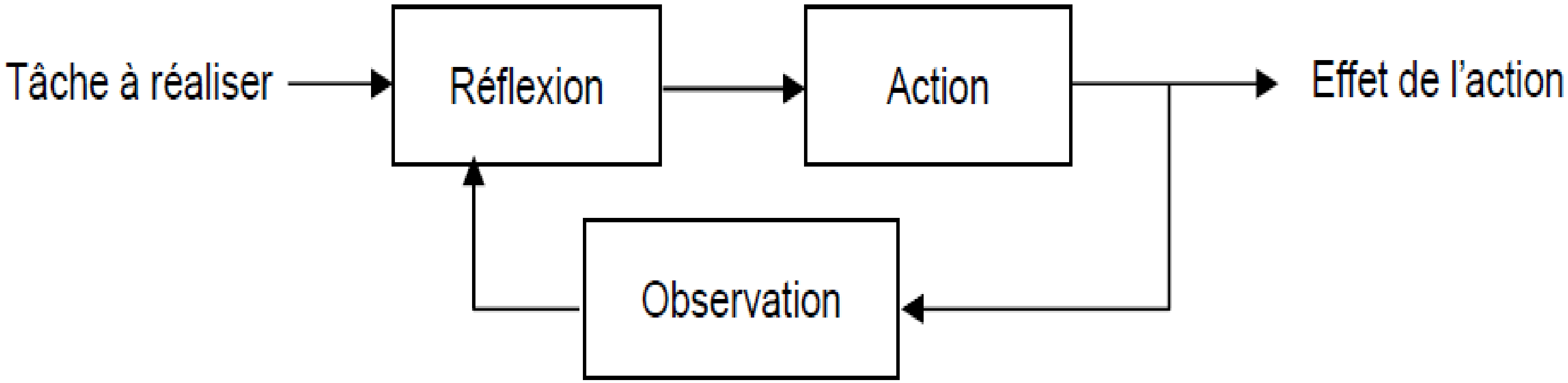
Présenté par Dr. H. BOUZERIA

Email : bhamza23000@gmail.com

Année universitaire 2019/2020

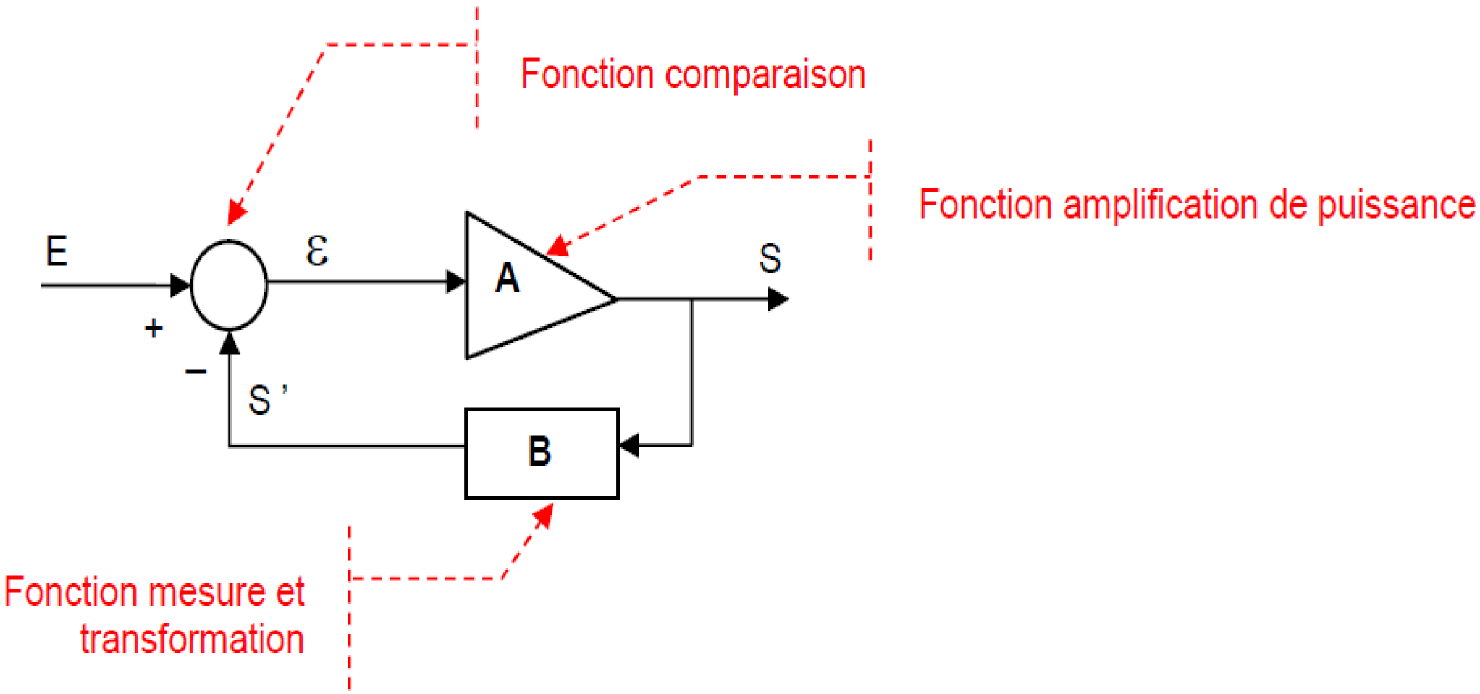
Constitutions élémentaires

l’étude de fonctionnement d'un système dans lequel l'homme est la " partie commande ".



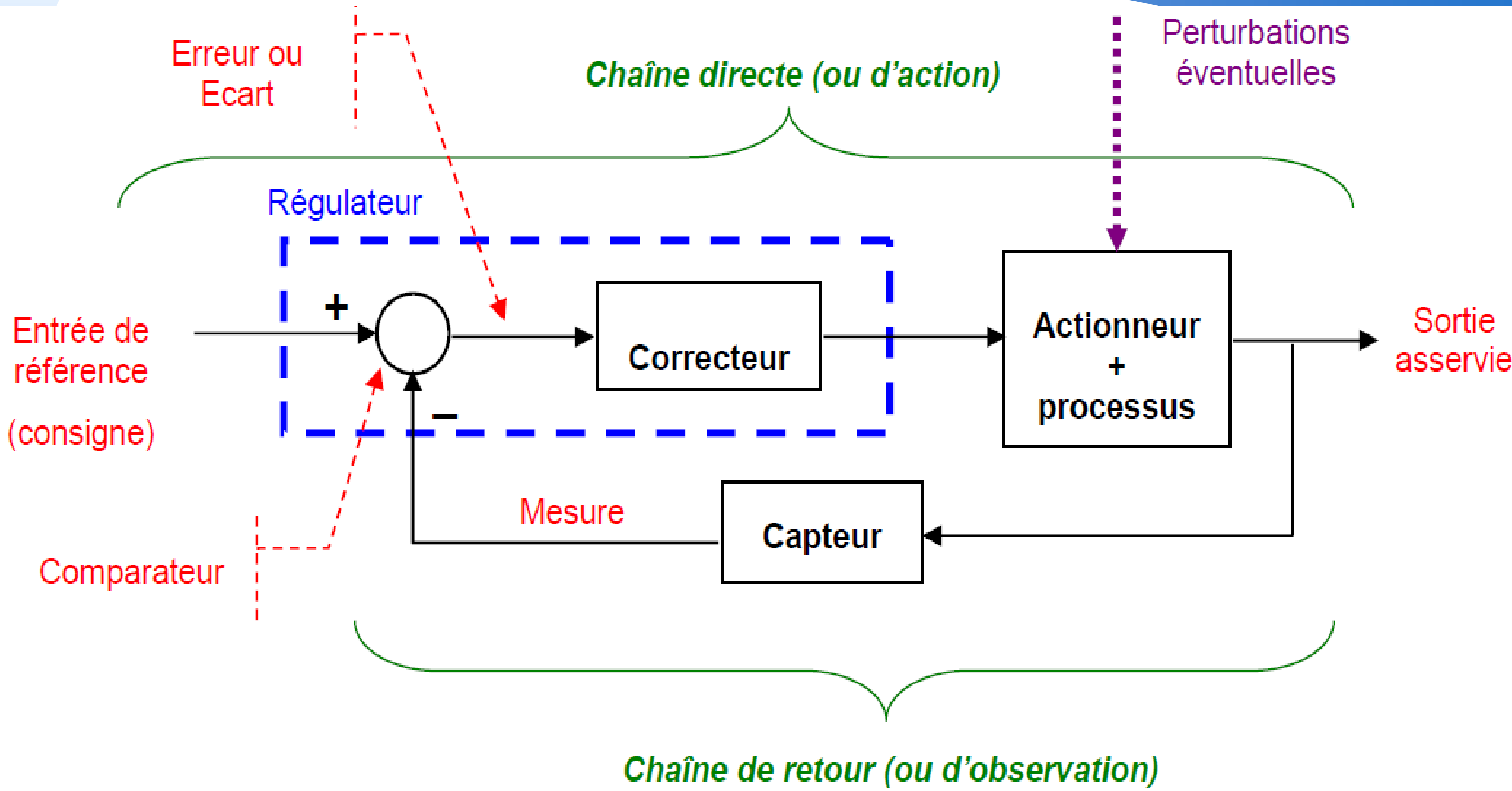
Concept général d’un asservissement

Système asservi



On peut définir un asservissement comme un système bouclé ou à boucle fermée comportant une amplification de puissance, une mesure et une comparaison

Système asservi



Organisation fonctionnelle d'un système asservi
(schéma fonctionnel)

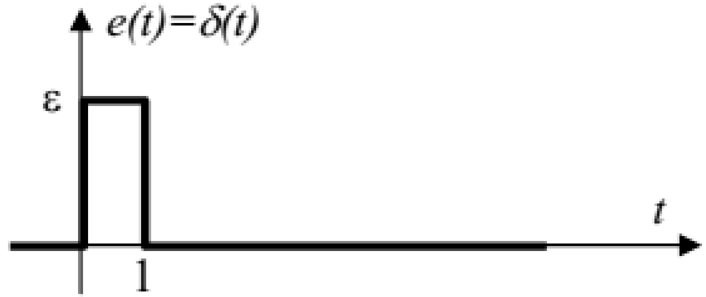
Signaux canoniques

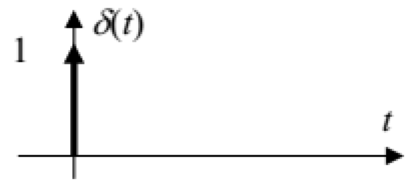
- ***Impulsion de Dirac***

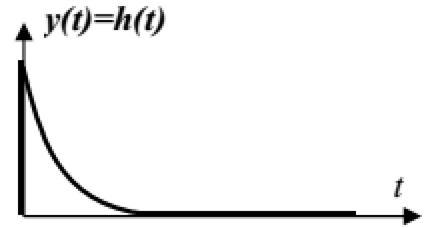
Si $\varepsilon \to \infty$ alors $\dfrac{1}{\varepsilon} \to 0$.

Si $\varepsilon \to 0$ alors $\dfrac{1}{\varepsilon} \to \infty$.

$e(t)$ est une impulsion de Dirac idéale.





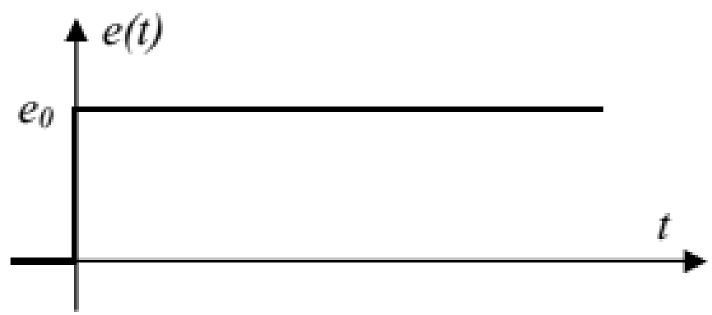


- ***Echelon de position***

Si $t > 0$: $e(t) = e_0$.

Si $t < 0$: $e(t) = 0$.

Si $e_0 = 1$: $e(t)$ est un échelon de position unitaire noté $u(t)$.

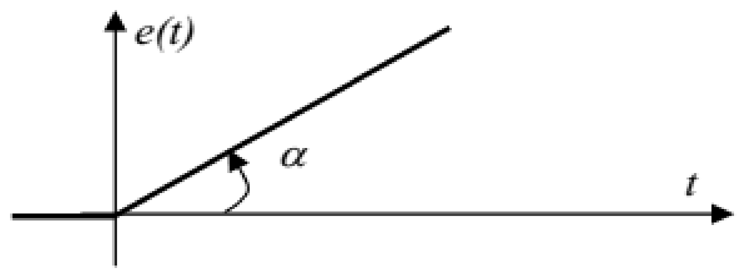


- ***Echelon de vitesse***

$e(t) = tg\alpha.t.u(t)$.

Si $tg\alpha = 1$: $e(t) = t.u(t)$

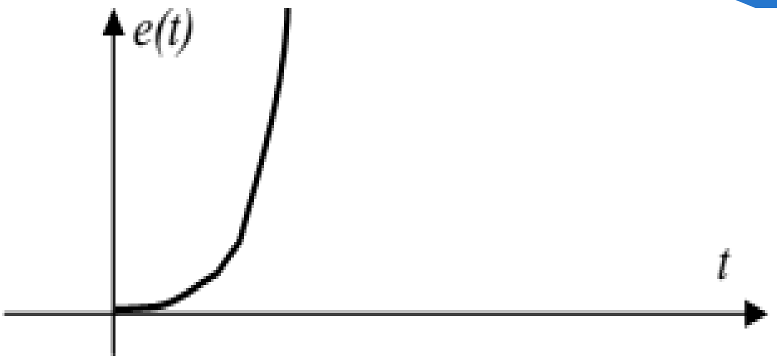
$e(t)$ est appelée échelon de vitesse unitaire.



- ***Echelon d'accélération***

$e(t) = a.t^2.u(t)$.

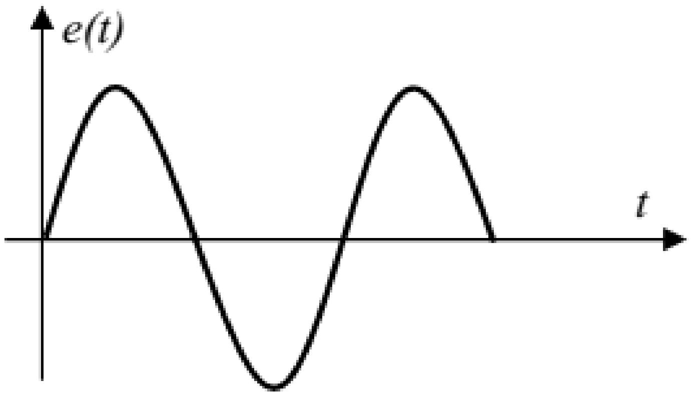
Si $a=1$: $e(t)$ appelée échelon d'accélération **unitaire.**



- ***Sinusoïde***

$\boldsymbol{e(t) = E_m.sin(\omega t).u(t)}$.

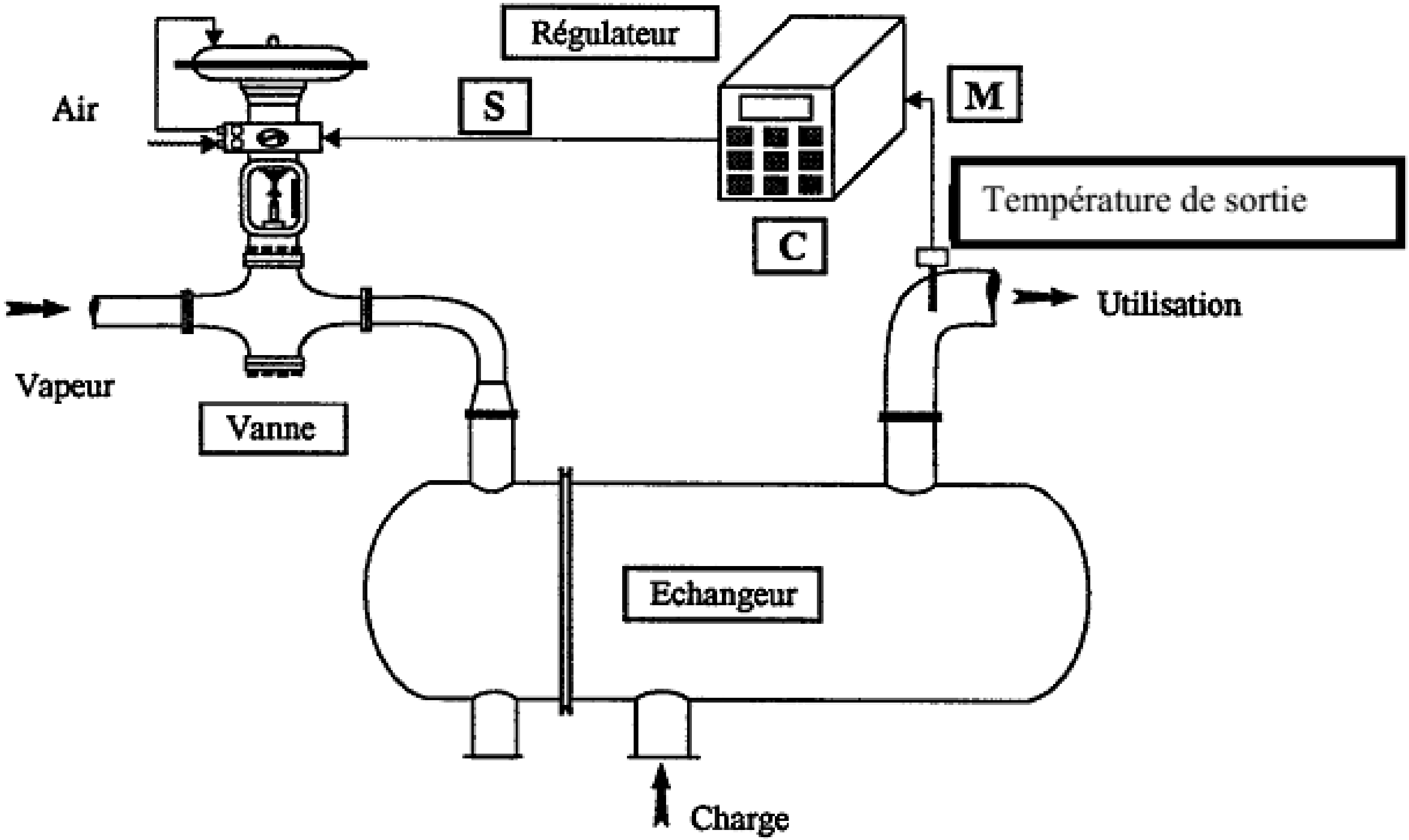
Si $E_m=1$: $e(t)$ appelée sinusoïde unitaire.



Systèmes bouclés et non bouclés ???

Qu'elle est la différence ente Boucle Ouverte et Boucle Fermée ?

Application d'une Boucle de Régulation



Régulation de température d'un échangeur thermique

Système asservi

❖ **Chaîne directe ou d'action**

*** Englobe tous les organes de puissance (nécessitant un apport extérieur d'énergie) et qui exécute le travail.**

*** Comporte généralement nombreux éléments, notamment des amplificateurs.**

*** La nature de ces éléments n'est pas spécifiée sur le schéma, il peut s'agir aussi bien d'engins électriques, mécaniques, pneumatiques, etc…**

❖ **Chaîne de retour ou de réaction**

*** Analyse et mesure le travail effectué et transmet au comparateur une grandeur physique proportionnelle à ce travail.**

*** Elle comprend généralement un capteur qui donne une mesure de la grandeur S, qui est ensuite amplifiée et transformée avant d'être utilisée.**

Système asservi

❖ Comparateur ou détecteur d'écart

*** Compare le travail effectué à celui qui était à faire et délivre un signal d'erreur proportionnel à la différence entre une grandeur de référence (E) et la grandeur physique issue de la chaîne de retour.**

*** Ce signal d'erreur, après amplification, agira sur les organes de puissance dans un sens tel que l'erreur tendra à s'annuler.**

Système asservi

❖ **Régulateur**

Le régulateur se compose d'un comparateur qui détermine l'écart entre la consigne et la mesure et d'un correcteur qui élabore à partir du signal d'erreur l'ordre de commande.

❖ **Actionneur**

C'est l'organe d'action qui apporte l'énergie au système pour produire l'effet souhaité.

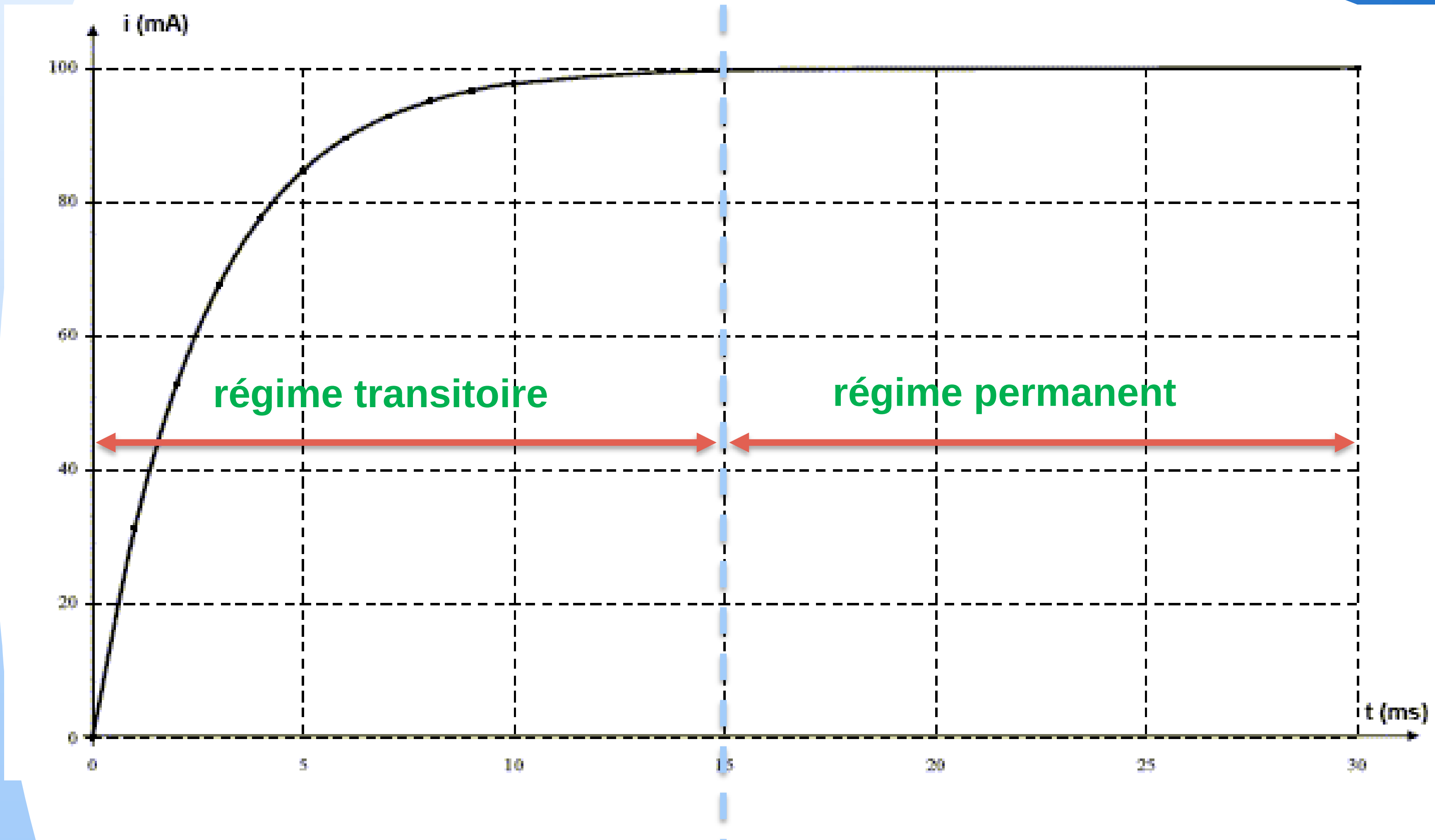
❖ **Capteur**

Le capteur prélève sur le système la grandeur réglée (information physique) et la transforme en un signal compréhensible par le régulateur. La précision et la rapidité sont deux caractéristiques importantes du capteur.

❖ **Perturbation**

On appelle perturbation tout phénomène physique intervenant sur le système qui modifie l'état de la sortie. Un système asservi doit pouvoir maintenir la sortie à son niveau indépendamment des perturbations.

Les performances d'un système asservi



Les performances d'un système asservi

En régime permanent :

la grandeur de sortie doit être aussi voisine que possible de la valeur désirée. En réalité, il subsiste toujours une légère erreur.

En régime transitoire :

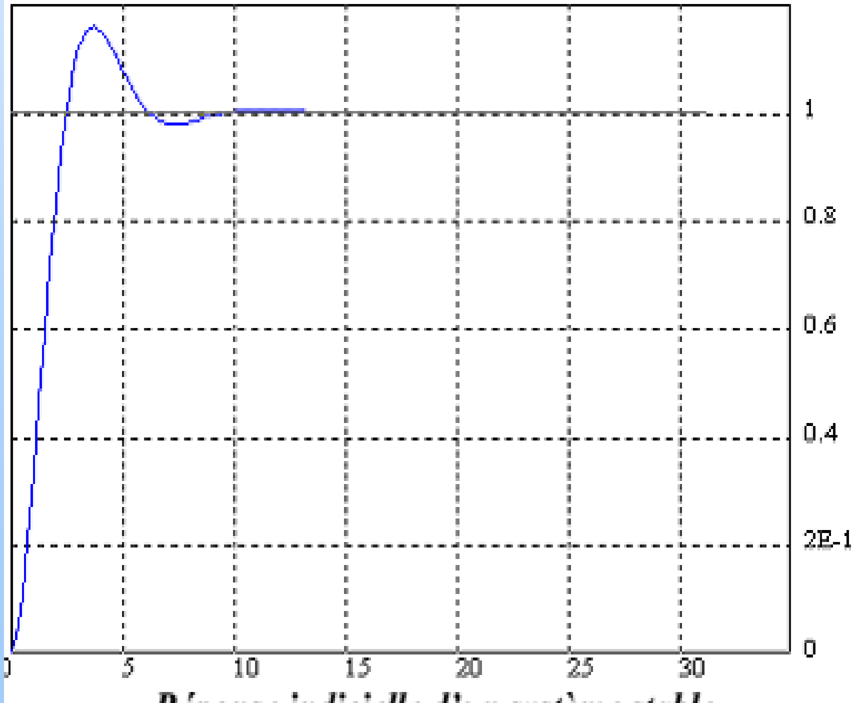
le système évoluant entre deux régimes permanents, le temps mis par le système pour aller de l'un à l'autre et la façon dont il parvient à l'état final, sont très importants.

Les performances d'un système asservi

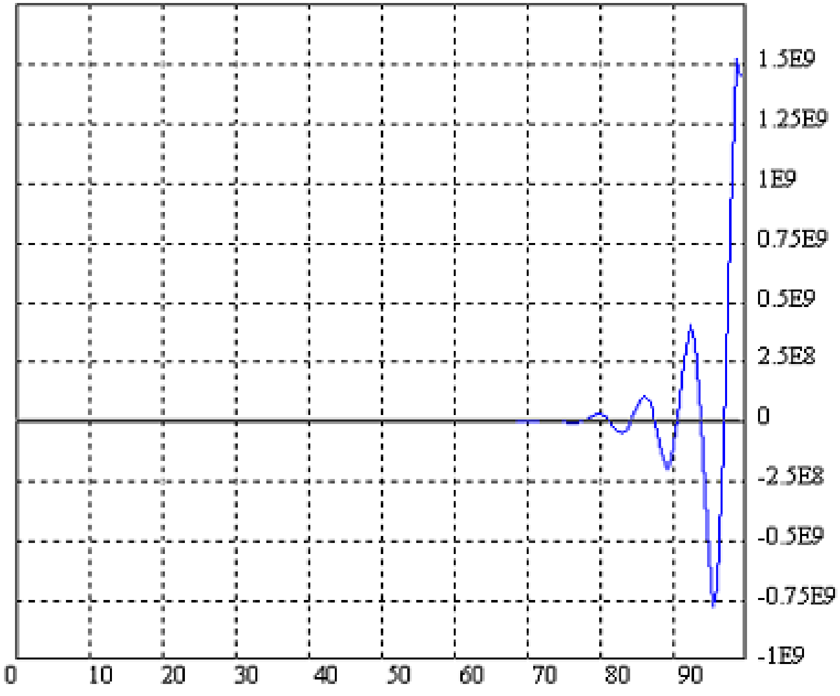
<u>Stabilité </u> : On dira qu'un système linéaire est stable si, après avoir soumis son entrée à une brusque variation (échelon unité, par exemple) :

- erreur statique ou écart permanent quand la grandeur d'entrée est une constante ; pour un système idéal, elle doit être nulle.

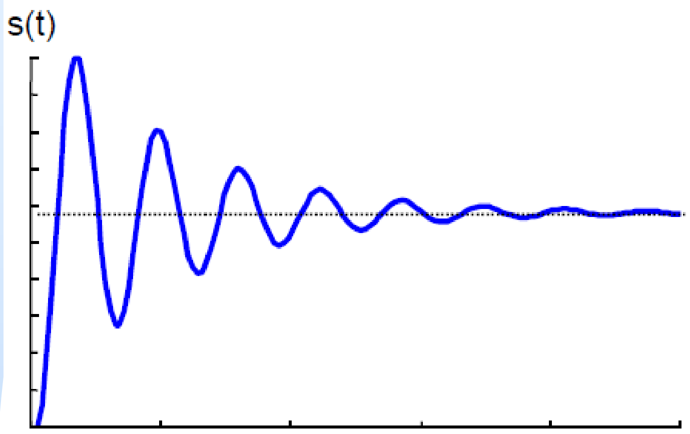
- erreur de traînage quand la grandeur d'entrée est une fonction linéaire du temps.



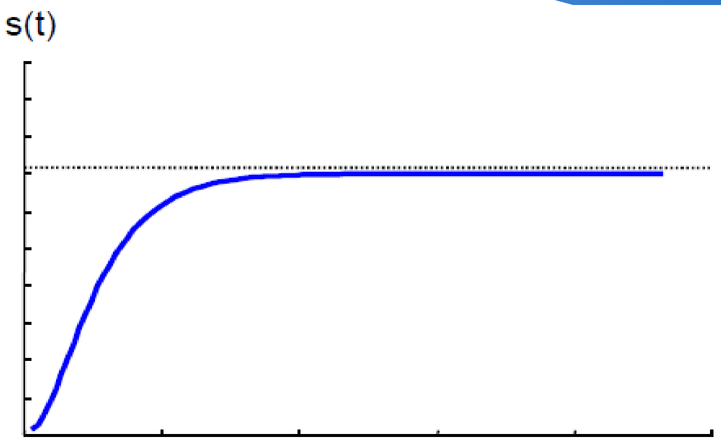
Réponse indicielle d'un système stable



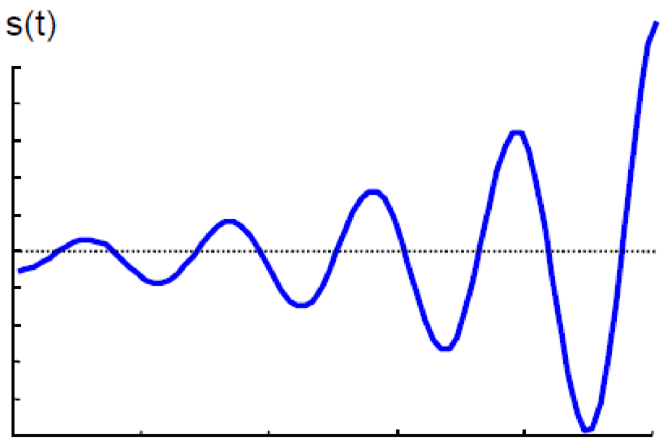
Réponse indicielle d'un système instable



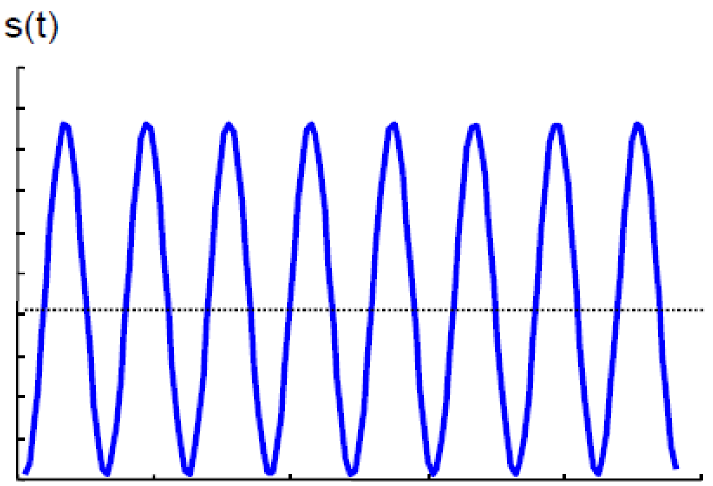
Système oscillatoire amorti (stable)



Système non oscillatoire amorti (stable)



Système oscillatoire divergent (instable)

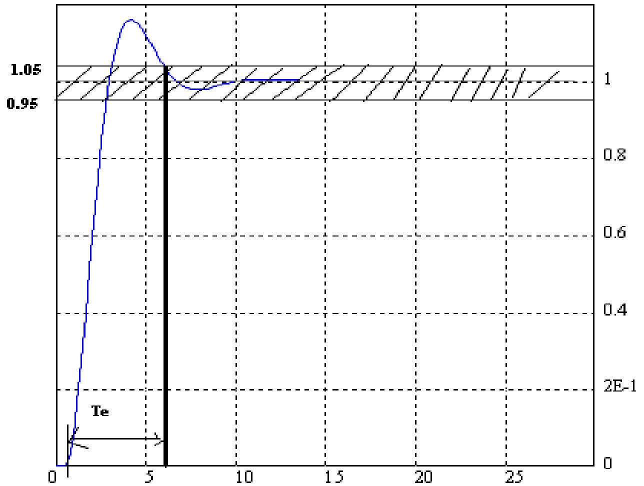


Système oscillatoire(marginalement stable)

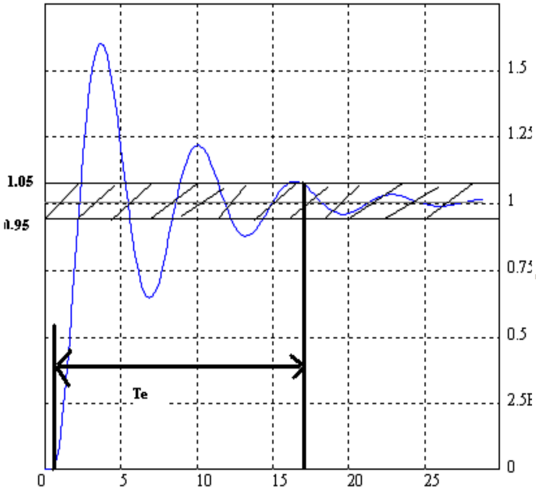
Rapidité : **Le système atteinte sa valeur finale dans le temps le plus rapide possible,**

Elle traduit pratiquement la durée transitoire. Plus précisément, elle s'exprime par le temps de réponse Te ou temps d'établissement, qui est le temps mis par la mesure pour atteindre sa valeur définitive à ± 5 % de sa variation tout en se maintenant dans cette zone des ± 5 %.

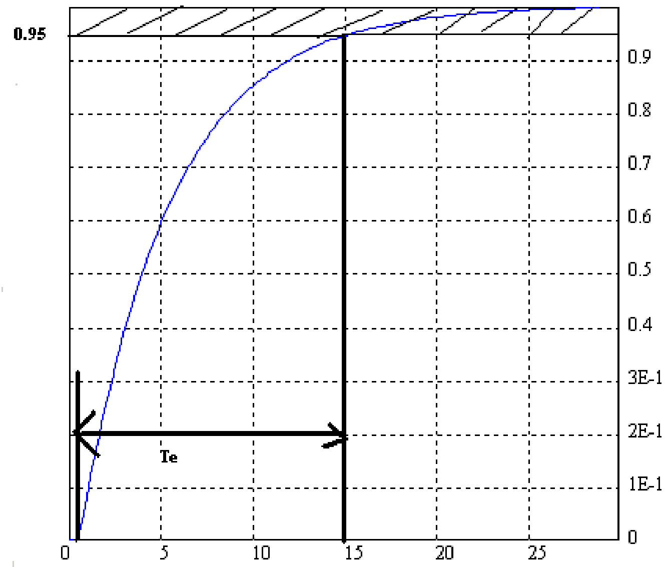
Rapidité = temps de réponse Te



Te = 6 s



Te = 16.5 s



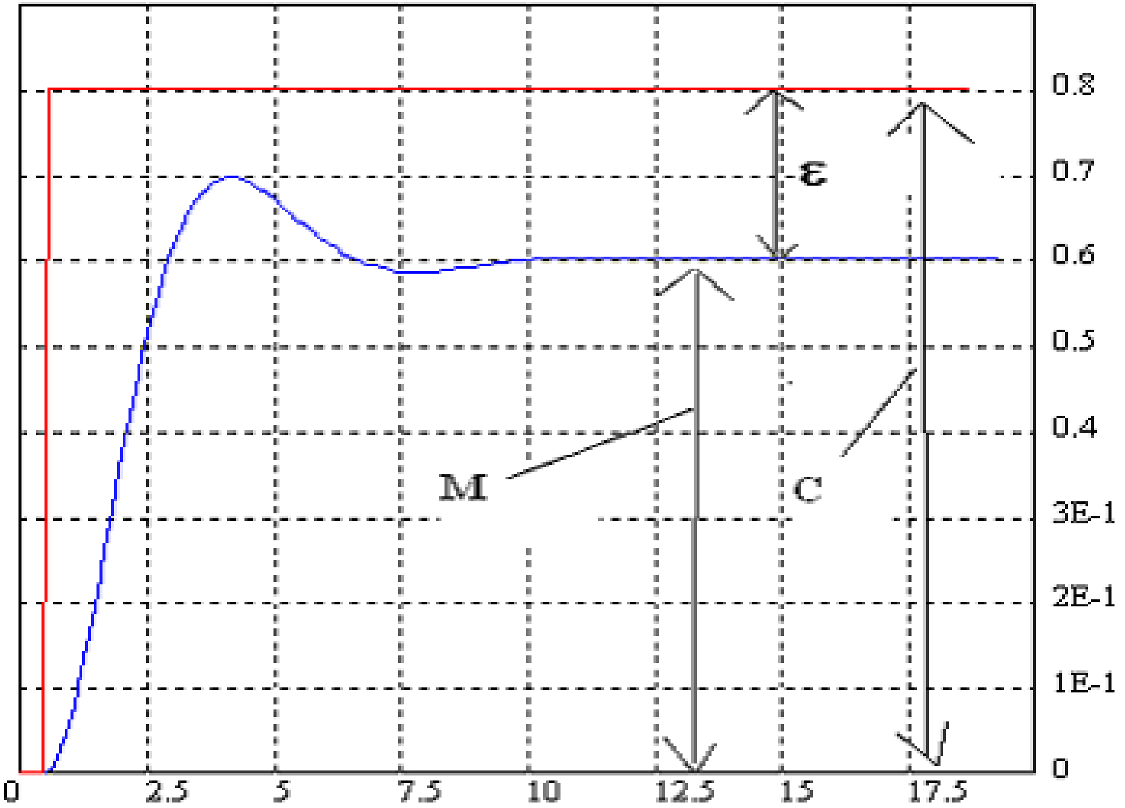
Te = 14.5 s

Précision : **La capacité de l'asservissement à atteindre la consigne Elle est définit à partir de l'erreur statique ε en régime stable comme le montre la figure suivante :**

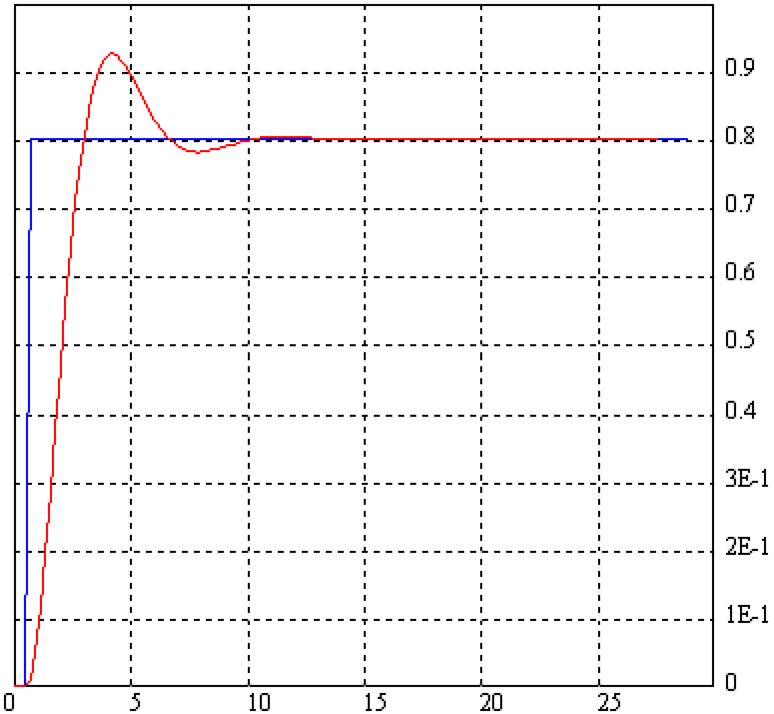
Erreur de précision (%) = **(ε/C).100**

Exemple : pour **C = 100 %** et **ε = 20 %**

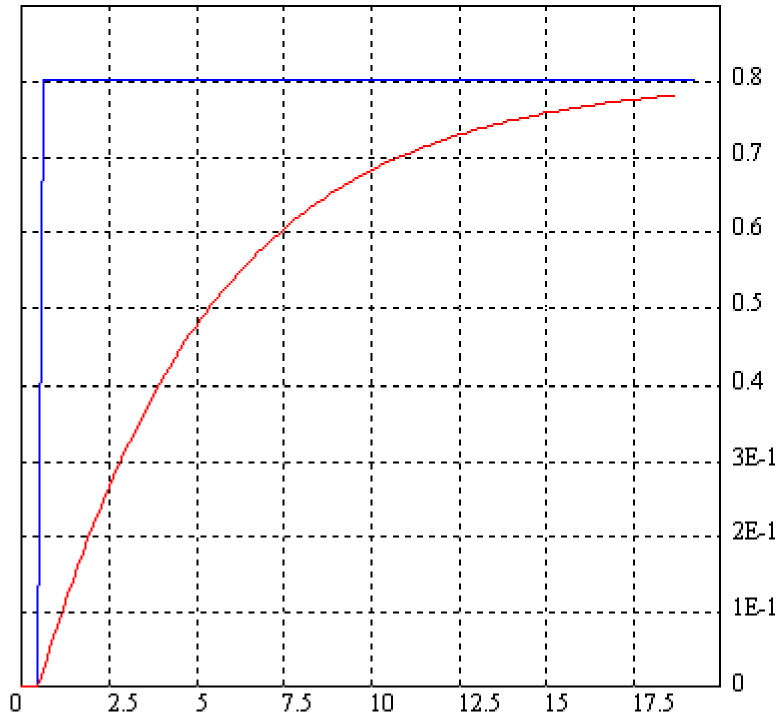
Donc, l'erreur de précision est : **(2/10).100 = 20 %**



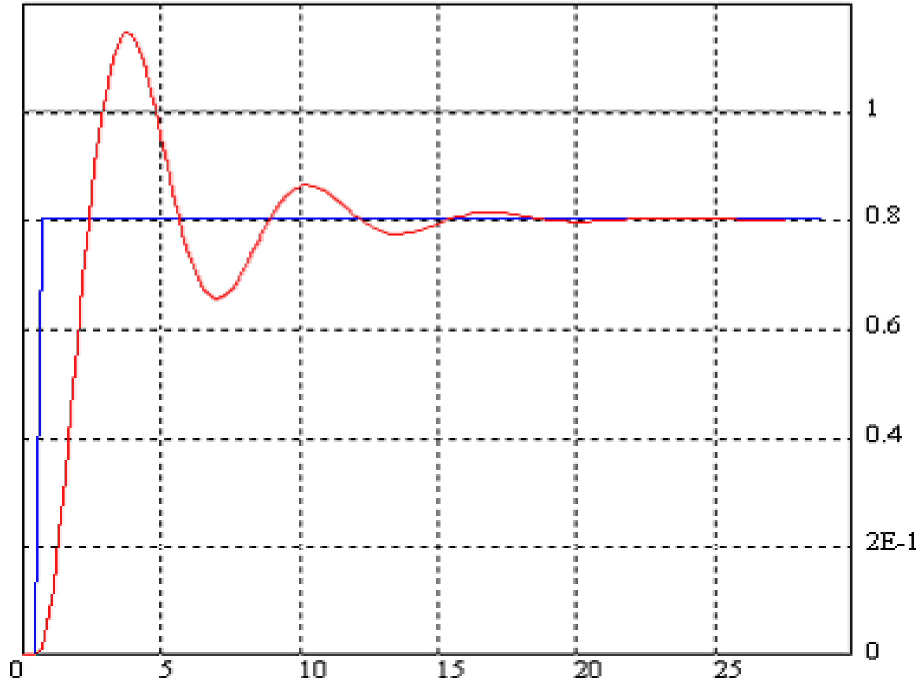
Dépassement : Souvent exprimé en pourcent (%). Même lorsqu'un système est stable, il arrive que la sortie dépasse la consigne avant de se stabiliser.



Système bien amorti



Système très amorti



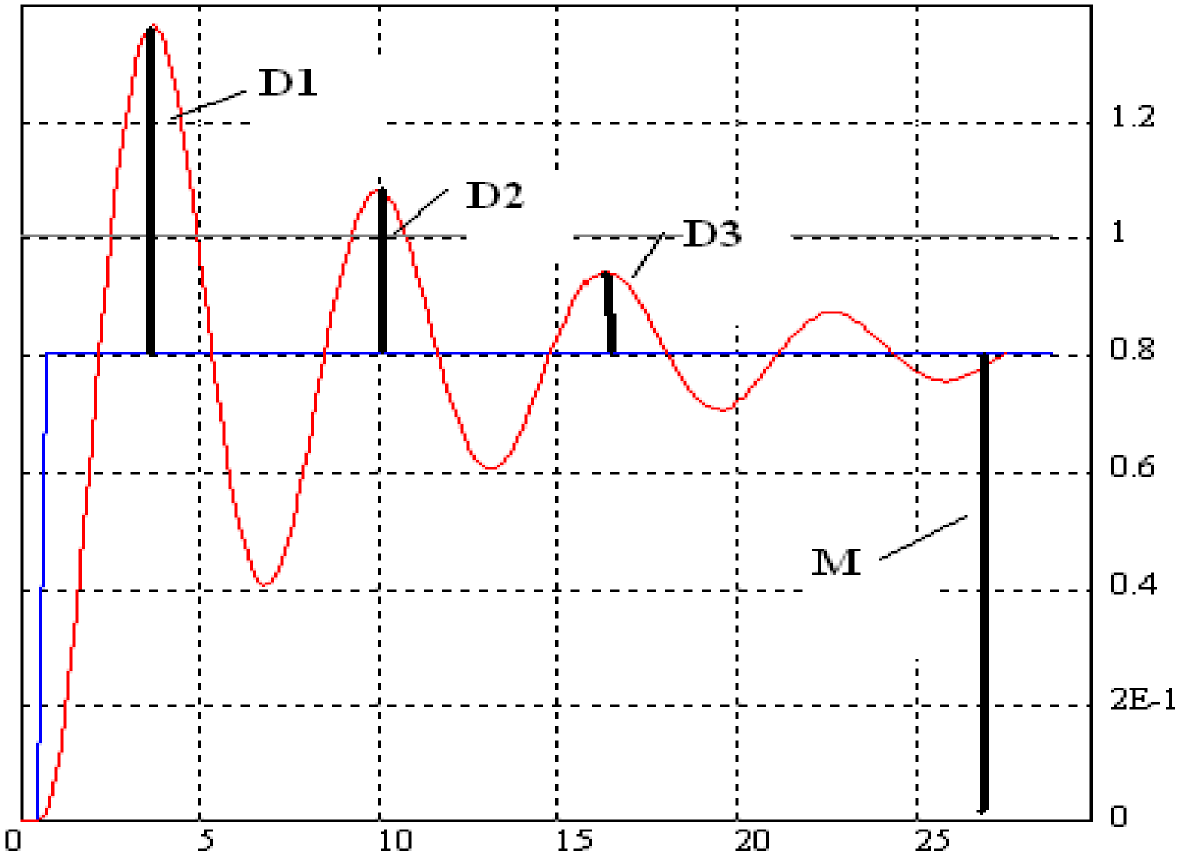
Système peu amorti

L'amortissement s'exprime généralement de deux façons :

Amortissement par période = D2 / D1

Dépassement (%) = D1.100 / ΔM

D1, **D2** et **Δ M** sont exprimés par les mêmes unités (mm, %, unité physique)



Exemple : Pour **D1 = (1.36-0.8) = 0.56 V**

D2 = (1.09 -0.8) = 0.29 V

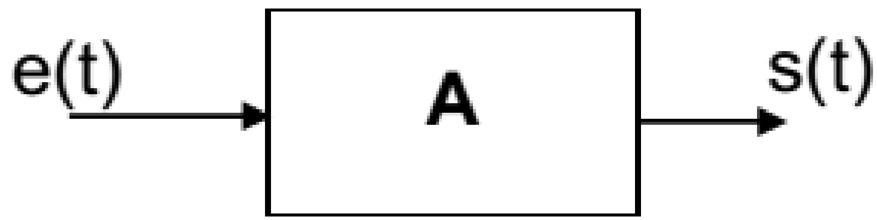
ΔM = 0.8 V

L'amortissement par période est : **0.29/0.56 = 0.518**

Le dépassement est : **(0.56/0.8).100= 70 %**

Mise en équation d'un système Linéaire

Considérons un système quelconque A, le plus général possible, possédant une entrée e(t) et une sortie s(t)



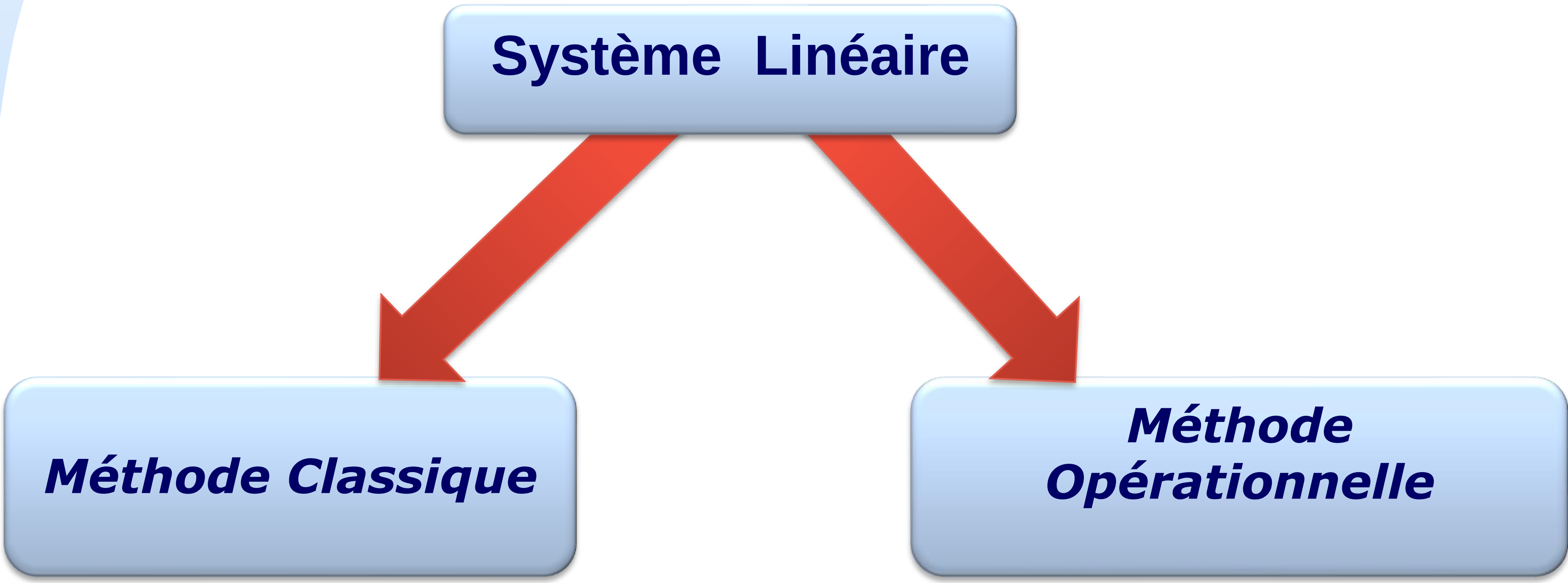
Si on applique un signal à l'entrée, on recueillera, à la sortie, un signal qui sera liée au signal d'entrée par une équation différentielle de type :

$$a_n \frac{d^n s}{dt^n} + \ldots\ldots + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_k \frac{d^k e}{dt^k} + \ldots\ldots + b_1 \frac{de}{dt} + b_0 e$$

les paramètres du système

Mise en équation d'un système Linéaire

Une fois l'équation du système établie, il faut exprimer la valeur de la sortie en fonction du temps pour connaître les régimes permanents et transitoires.



Méthode Classique

Consiste à résoudre l'équation différentielle décrivant ce système, c–à–d trouver une réponse forcée et une réponse libre pour le système.

Mais cette méthode ne permet pas toujours de trouver une solution et peut amener à une difficulté de résolution dès que l'ordre de l'équation différentielle dépasse 2.

Le problème de l'automatisation est plus complexe que la résolution puisqu'il s'agit de déterminer la loi d'entrée (x) qui permet d'obtenir la sortie désirée (y).

La représentation par l'équation différentielle nécessite pour connaître la réponse à une entrée de résoudre l'équation.

Les Equations différentielles

Une **équation différentielle** est une relation entre une ou plusieurs fonctions inconnues et leurs dérivées,

L'ordre d'une équation différentielle correspond au degré maximal de dérivation auquel l'une des fonctions inconnues a été soumise

Exemple ??

Principe de la résolution

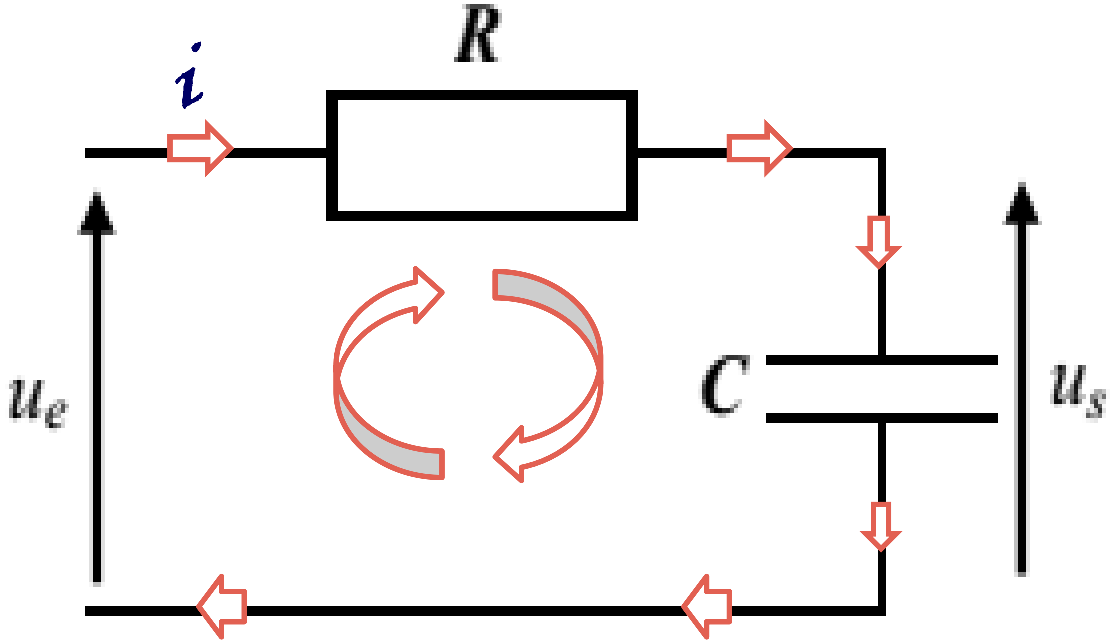
La solution d’une équation différentielle est la somme d’une solution générale et de la solution particulière.

- **La solution générale: représente la composante transitoire, La solution générale est déterminée par la résolution de l'équation sans second membre**

- **la solution particulière : représente la composante permanente.**

La solution particulière est déterminée en fonction de la forme de x(t) .

Exemple d'un Circuit RC



$$\begin{cases} u_e(t) - u_s(t) = R.i(t) \\ i = C.\dfrac{du_s}{dt} \end{cases}$$

Exemple d'un Circuit RC

$$u_e(t) - u_s(t) = R.C.\frac{du_s}{dt}$$

$$\Rightarrow u_e(t) = R.C.\frac{du_s}{dt} + u_s(t)$$

La solution générale est solution de l'équation suivante :

$$R.C.\frac{du_s}{dt} + u_s(t) = 0$$

La solution est de la forme : $s_g(t) = K.e^{at}$

$$a = -\frac{1}{RC}$$

Exemple d'un Circuit RC

La solution particulière dans le cas où

$$u_e(t) = U_0$$

est solution de l'équation ci-dessous :

$$R.C.\frac{du_s}{dt} + u_s(t) = U_0$$

La solution particulière est de la même forme que l'entrée.

$$s_p(t) = U_0$$

Exemple d'un Circuit RC

La solution complète est la somme des deux solutions :

$$u_s(t) = s_g(t) + s_p(t) = K.e^{-\frac{t}{RC}} + U_0$$

La dernière constante est déterminée en fonction des conditions initiales (on suppose ici que le condensateur est complètement déchargé).

$$u_s(t=0) = 0 \Rightarrow K = -U_0$$

Donc ,

$$u_s(t) = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Méthode Opérationnelle

Basée sur le calcul opérationnel ou, essentiellement, sur la transformée de Laplace qui mettra en relation, une fonction de la variable du temps f(t) avec une fonction de la variable complexe F(p) dépendant de la pulsation.

Notation : $\mathcal{L}[\,f(t)\,] = F(p)$ avec $p = a + j.b$ (nombre complexe)

Transformation de LAPLACE

- **Par définition, f(t) étant une fonction réelle du temps (nulle pour t < 0), on appelle Transformée de Laplace de cette fonction, notée L {f(t)}, la fonction de la variable complexe F(p) telle que :**

$$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt \qquad \text{pour } t \geq 0$$

avec :	$f(t) = 0$	pour $t < 0$
	p :	complexe indépendant du temps
	$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$:	transformée de Laplace ou image de f(t)
	$f(t)$:	originale ou fonction objet de F(p).

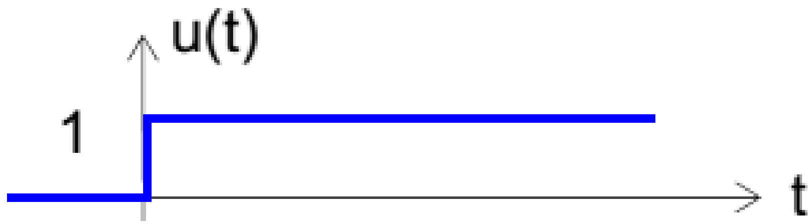
La Théorie

- General Theory $$F(s) = \mathcal{L}\big(f(t)\big) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\,dt = \lim_{\tau\to\infty} \int_0^\tau e^{-st} f(t)\,dt$$
- Example $$f(t) \equiv 1 \qquad \mathcal{L}\big(f(t)\big) = \int_0^\infty e^{-st}\,1\,dt = \lim_{\tau\to\infty}\left(\frac{e^{-st}}{-s}\bigg|_0^\tau\right)$$ $$= \lim_{\tau\to\infty}\left(\frac{e^{-s\tau}}{-s} + \frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s}$$
- Convergence $$f(t) \equiv e^{t^2}$$ $$\mathcal{L}\big(f(t)\big) = \lim_{\tau\to\infty}\int_0^\tau e^{-st} e^{t^2}\,dt = \lim_{\tau\to\infty}\int_0^\tau e^{t^2-st}\,dt = \infty$$

exemple

La figure suivante représente la fonction échelon unitaire u(t) :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$



Fonction échelon unitaire

$$\mathscr{L}\{u(t)\} = U(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt}\,u(t)dt = \int_0^{\infty} e^{-pt}\,dt = \left[\frac{e^{-pt}}{-p}\right]_0^{\infty}$$

$$\Rightarrow \qquad U(p) = \frac{1}{p}$$

Propriétés du théorème

Propriété	Originale $f(t)$	Transformée de Laplace $F(p)$
Linéarité	$a.f_1(t)+b.f_2(t)$	$a.F_1(t)+b.F_2(t)$
Dérivation	$f'(t)$	$p.F(p)-f(0^+)$
Dérivation d'ordre n	$f^n(t)$ (n>0)	$p^n.F(p)-p^{n-1}.f(0^+)-\ldots-p.f^{n-2}(0^+)-f^{n-1}(0^+)$
Intégration	$\int f(t).dt$	$\dfrac{F(p)}{p}$
Retard	$f(t-\theta)$	$e^{-\theta p}.F(p)$
Changement d'échelle	$f(a.t)$	$\dfrac{1}{a}.F\left(\dfrac{p}{a}\right)$

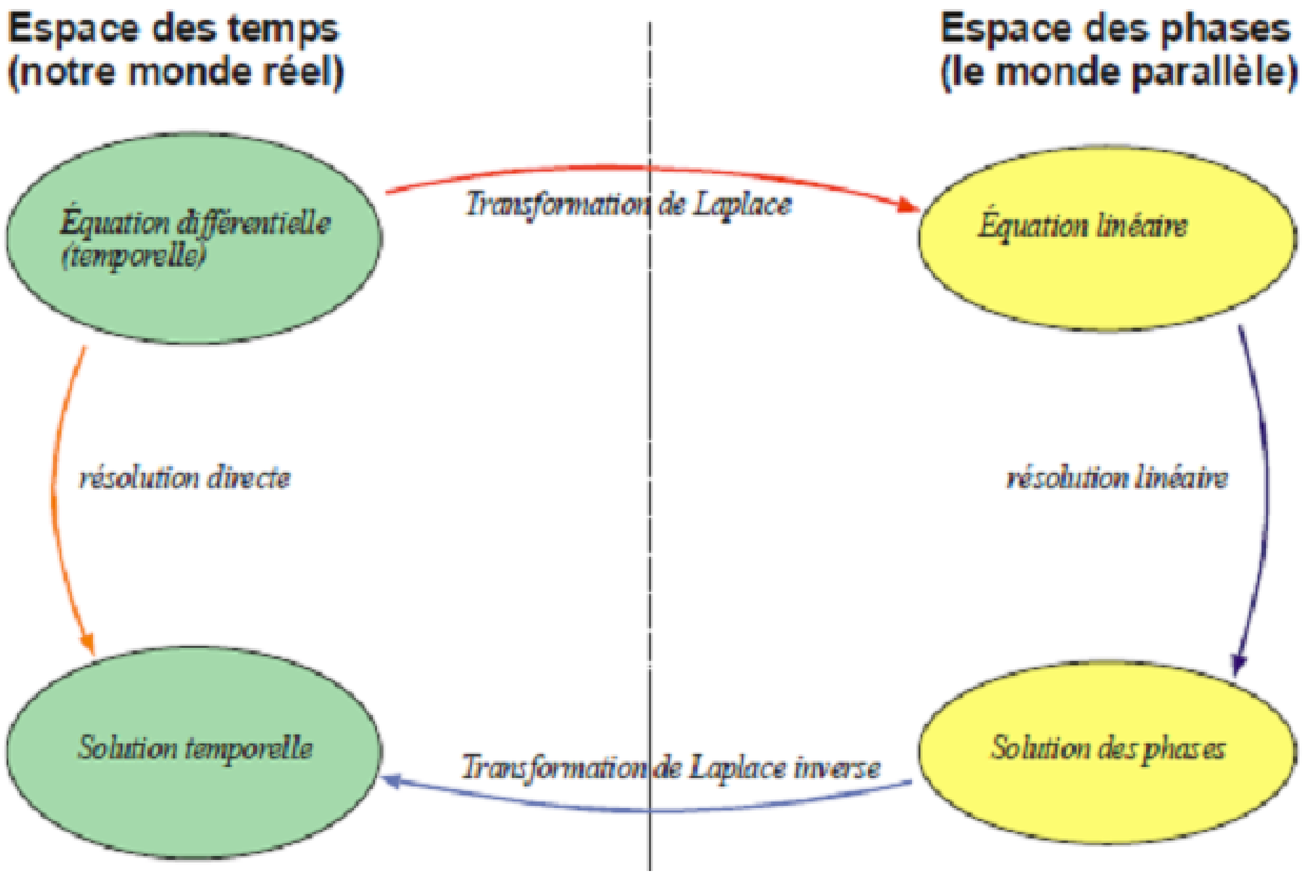
Table des transformées de laplace

$f(t)$	$F(p)$
$\delta(t)$	1
$\delta^{(n)}(t)$	$p^n \quad n>0$
A	$\frac{A}{p}$
$A.t$	$\frac{A}{p^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ n entier $n \geq 1$	$\frac{A}{p^n}$
$\frac{1}{T}.e^{-\frac{t}{T}}$ $1-e^{-\frac{t}{T}}$ $t-T+Te^{-\frac{t}{T}}$	$\frac{1}{1+Tp}$ $\frac{1}{p(1+Tp)}$ $\frac{1}{p^2(1+Tp)}$
$\frac{1}{T_1-T_2}\left(e^{-\frac{t}{T_1}}-e^{-\frac{t}{T_2}}\right)$ $1-\frac{1}{T_1-T_2}\left(T_1.e^{-\frac{t}{T_1}}-T_2.e^{-\frac{t}{T_2}}\right)$ $t-(T_1+T_2)-\frac{1}{T_1-T_2}\left(T_2^2.e^{-\frac{t}{T_2}}-T_1^2.e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$	$\frac{1}{(1+T_1p).(1+T_2p)}$ $\frac{1}{p.(1+T_1p).(1+T_2p)}$ $\frac{1}{p^2.(1+T_1p).(1+T_2p)}$

$f(t)$	$F(p)$
$\frac{1}{T^3}(T-t).e^{-\frac{t}{T}}$ $\frac{t}{T^2}.e^{-\frac{t}{T}}$ $1-\left(1+\frac{t}{T}\right).e^{-\frac{t}{T}}$ $t-2T+(t+2T).e^{-\frac{t}{T}}$	$\frac{p}{(1+Tp)^2}$ $\frac{1}{(1+Tp)^2}$ $\frac{1}{p.(1+Tp)^2}$ $\frac{1}{p^2.(1+Tp)^2}$
$\frac{w_0^2}{\sqrt{1-z^2}}.e^{-zw_0t}.\sin\left(w_0\sqrt{1-z^2}t+\theta\right)$ $\theta=\pi-Arc\cos z$ $\frac{w_0}{\sqrt{1-z^2}}.e^{-zw_0t}.\sin\left(w_0\sqrt{1-z^2}t\right) \quad 0<z<1$ $1-\frac{w_0}{\sqrt{1-z^2}}.e^{-z.w_0.t}.\sin\left(w_0\sqrt{1-z^2}t+\Psi\right)$ $\Psi=Arc\cos z$ $t-\frac{2z}{w_0}+\frac{1}{w_0\sqrt{1-z^2}}.e^{-z.w_0.t}.\sin\left(w_0\sqrt{1-z^2}t+2\Psi\right)$	$\frac{p}{1+\frac{2z}{w_0}p+\frac{p^2}{w_0^2}}$ $\frac{1}{1+\frac{2z}{w_0}p+\frac{p^2}{w_0^2}}$ $\frac{1}{p\left(1+\frac{2z}{w_0}p+\frac{p^2}{w_0^2}\right)}$ $\frac{1}{p^2\left(1+\frac{2z}{w_0}p+\frac{p^2}{w_0^2}\right)}$
$((b-a)t+1).e^{-at}$	$\frac{p+b}{(p+a)^2}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$\cos wt$	$\frac{p}{p^2+w^2}$

$cos(wt+\varphi)$	$\dfrac{p.\cos\varphi - w\sin\varphi}{p^2+w^2}$
$\sin wt$	$\dfrac{w}{p^2+w^2}$
$sin(wt+\varphi)$	$\dfrac{p.\sin\varphi + w\cos\varphi}{p^2+w^2}$
Si $a^2 > b^2$: $\dfrac{1}{p_1-p_2}\left(e^{p_1t}-e^{p_2t}\right)$ avec $\begin{cases} p_1 = -a+\sqrt{a^2-b^2} \\ p_2 = -a-\sqrt{a^2-b^2} \end{cases}$ Si $a^2 = b^2$: $t.e^{-at}$ Si $a^2 < b^2$: $\dfrac{1}{w}.e^{-at}.\sin wt$ avec $w=\sqrt{b^2-a^2}$	$\dfrac{1}{p^2+2ap+b^2}$

Le but de LAPLACE



Merci pour votre attention